

Estratto dal *Periodico di Matematiche*
Giugno 1960 - Serie IV, vol. XXXVIII, n. 3 (pagg. 187-195)

C. F. MANARA

RECENSIONE



NICOLA ZANICHELLI EDITORE
BOLOGNA

Scritti Matematici in onore di Filippo Sibirani. (Ed. Zuffi - Bologna - 1957).

Gli scritti in onore di FILIPPO SIBIRANI contenuti in questo volume sono raccolti per iniziativa della Facoltà di Economia e Commercio della Università di Bologna e con la collaborazione degli Istituti di Matematica e di Geometria dello stesso Ateneo.

Il volume contiene contributi di 31 Studiosi che hanno voluto così onorare il Maestro della Università Bolognese il quale nella sua produzione scientifica ha coltivato l'Analisi, la Geometria, la Matematica Finanziaria e la Statistica e le cui benemerienze accademiche e didattiche sono ben note a quanti conoscono i suoi contributi alla vita ed al prestigio della Facoltà di Economia e Commercio della Università bolognese.

Essendo i contributi vari per materia e vastità non appare facile darne una adeguata esposizione nel breve giro di una recensione: invero vi sono articoli di Analisi, Geometria, Meccanica, Matematica Finanziaria, Statistica, e Calcolo delle Probabilità. Gli articoli sono disposti nel volume secondo l'ordine alfabetico degli Autori; per comodità del lettore li raggrupperemo qui per materia, seguendo l'ordine delle materie esposto poco fa, mantenendo l'ordine alfabetico degli Autori nel classificare i contributi che riguardano le singole materie.

Tra gli articoli che trattano argomenti di Analisi Matematica enumeriamo i seguenti:

V. AMATO - *Funzioni di matrice.*

L'Autore dichiara di voler riassumere il procedimento elementare con il quale M. CIPOLLA trattò l'argomento nel 1932 ed espone interessanti proprietà delle funzioni di matrici (polinomi e serie di potenze).

G. BELARDINELLI - *Operatori differenziali ipergeometrici.*

L'Autore espone delle interessanti osservazioni sulle serie ipergeometriche di ordine infinito e sulle equazioni differenziali di

ordine pure infinito, richiamandosi a lavori propri e ad alcune idee di S. PINCHERLE sull'argomento e sulla Teoria degli operatori lineari.

U. CASSINA - *Sulla formula sommatoria di Euler col resto di Malmsten.*

L'Autore dà un procedimento nuovo, elementare e completo mediante il quale, attraverso la dimostrazione di certe proprietà dei polinomi di BERNOUILLI, si ritrova la nota formula sommatoria di EULER con il resto di MALMSTEN.

G. CIMMINO - *Una estensione dei teoremi di convergenza e di unicità nella teoria del problema generalizzato di Dirichlet.*

L'Autore dimostra due importanti proposizioni che estendono il teorema di convergenza e di unicità nel problema generalizzato di DIRICHLET.

Precisamente Egli dimostra che per funzioni di due variabili x, y armoniche in un dominio piano D , limitato da una sola curva semplice chiusa FD , avente equazioni parametriche $x = x(s)$, $y = y(s)$, ($0 \leq s \leq l$), si hanno le seguenti proprietà:

A) se $\varphi_1(s), \varphi_2(s), \dots, \varphi_n(s), \dots$ è una qualsiasi successione di funzioni di quadrato sommabile convergente debolmente in $0 \leq s \leq l$ ad una $\varphi(s)$ pure di quadrato sommabile, allora le funzioni armoniche in $D - FD$ assumenti in media su FD i valori $\varphi_n(s)$ convergeranno, per $n \rightarrow \infty$, in ogni punto interno a D , alla funzione armonica in $D - FD$ assumente in media su FD i valori $\varphi(s)$;

B) una funzione $u(x, y)$ armonica in $D - FD$, tale che per ogni funzione $g(s)$ di quadrato sommabile in $0 \leq s \leq l$ si abbia

$$\lim_{t \rightarrow 0} \int_0^l u[x(s, t), y(s, t)]g(s)ds = 0,$$

non potrà che essere la costante 0.

La dimostrazione della proposizione B) è data in un caso particolare, e precisamente nella ipotesi che il dominio D sia approssimato da domini di una particolare classe. Sono tuttavia date anche indicazioni per la via da seguire al fine di ottenere una dimostrazione generale.

F. GIACCARDI - *Considerazioni su alcune disuguaglianze e applicazioni.*

Partendo da una disuguaglianza relativa a proprietà di medie di potenze, l'Autore ritrova come casi particolari le disuguaglianze

di CAUCHY (detta comunemente di SCHWARZ), di HÖLDER, di LIAPOUNOFF, di JENSEN, e ne fa notevoli applicazioni soprattutto alla Matematica Finanziaria.

A. MAMBRIANI - *Un saggio di risoluzione, con la pluriderivazione, di certe equazioni differenziali del secondo ordine, non lineari.*

L'Autore si richiama al concetto di « pluriderivazione », da lui definito altrove mediante l'operatore

$$D = X_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + X_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \dots + X_n \frac{\partial}{\partial x_n}$$

e risolve la equazione

$$D_2 D_1 z + A(x_1, \dots, x_n) \cdot D_1 z + B(x_1, \dots, x_n) \cdot z = \frac{D_1 z \cdot D_2 z}{z}.$$

Considera poi una sua importante generalizzazione ed alcuni casi particolari notevoli.

G. OTTAVIANI - *Sulla risoluzione di una equazione con il metodo di iterazione.*

Viene data una condizione necessaria e sufficiente perchè la successione x_0, x_1, x_2, \dots , risultante dal metodo di iterazione applicato alla equazione

$$x = f(x)$$

converga verso un limite α , unico qualunque sia il valore x_0 fissato nell'intervallo di estremi a e b , nel quale la funzione $f(x)$ è definita e continua.

B. PINI - *Osservazioni sulla risoluzione di un problema biarmonico generalizzato.*

Vengono date condizioni sufficienti, sotto le quali la soluzione di un problema biarmonico generalizzato si può esprimere mediante una somma di due potenziali biarmonici, con la condizione ulteriore che le derivate tangenziale e normale soddisfino a certe condizioni di convergenza media e convergenza puntuale.

G. RICCI - *Sul resto delle serie di potenze alla periferia del cerchio di convergenza.*

L'Autore considera una serie di potenze

$$\sum_0^{\infty} a_k z^k$$

della variabile complessa z avente raggio di convergenza 1. Egli indica con $\zeta = e^{i\theta}$ il punto generico della circonferenza $|z| = 1$ e pone poi

$$f_n(z) = \sum_{k=0}^n a_k z^k \quad \text{per ogni } z;$$

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k \quad \text{per } |z| < 1$$

e per tutti i punti regolari z raggiungibili per prolungamento analitico radiale; pone inoltre

$$\Phi(\zeta) = \lim_{\substack{z \rightarrow \zeta \\ |z| < 1}} f(z)$$

per tutti i punti ζ per i quali questo limite esiste quando $z \rightarrow \zeta$ dall'interno del cerchio $|z| < 1$, con legge qualunque.

L'Autore stabilisce una maggiorazione del modulo del resto $f_n(\zeta) - \Phi(\zeta)$, riguardante anche i punti singolari ζ nei quali il limite $\Phi(\zeta)$ esiste.

G. SANSONE e R. CONTI - *Curve caratteristiche di sistemi omogenei.*

Gli Autori trattano i sistemi di equazioni differenziali

$$\dot{x} = X_m(x, y); \quad \dot{y} = Y_m(x, y)$$

dove X_m, Y_m sono funzioni reali definite in tutto il piano euclideo x, y simultaneamente nulle solo per $x=0, y=0$ ed omogenee di un uguale grado di omogeneità m , intero, ≥ 1 .

Gli Autori danno una trattazione esauriente dell'andamento delle caratteristiche del sistema differenziale in relazione ai vari casi che si possono presentare. Alla luce di questa trattazione Essi ritrovano le trattazioni classiche relative al sistema

$$\dot{x} = \alpha x + \beta y, \quad \dot{y} = \gamma x + \delta y$$

e trattano poi alcuni esempi notevoli in cui le funzioni sono dei polinomi di secondo grado oppure delle funzioni irrazionali omogenee di grado di omogeneità 1 nelle variabili x ed y .

Gli articoli che trattano di argomenti di Geometria sono i seguenti:

L. BRUSOTTI - *A proposito di una caratterizzazione della retta negli spazi euclidei.*

L'Autore prende le mosse da una definizione contenuta in un libro di H. MOHRMANN nel quale la retta è caratterizzata attraverso

la proprietà seguente: « ciascuna parte di una linea retta è simile a ciascuna altra parte di essa ». L'Autore ricorda le discussioni originate dalla definizione euclidea di linea retta e le osservazioni fatte a proposito già dal LEIBNIZ, ed inquadra la questione in una visione più ampia, dandone una acuta interpretazione gruppale ed interessanti estensioni alle altre Geometrie, secondo la visione di F. KLEIN.

GIUSEPPINA MASOTTI BIGGIOGERO - *Sulla Geometria integrale: nuove formule relative agli ovaloidi.*

La Autrice, estendendo Sue ricerche di Geometria Integrale del piano relative a linee chiuse e convesse, tratta l'argomento relativo a superficie chiuse e convesse (ovaloidi) dello spazio.

Ella stabilisce delle notevoli formule relative ad integrali estesi all'insieme delle rette esterne all'ovaloidi e all'insieme delle rette ad esso secanti, stabilendo una notevole corrispondenza tra le rette secanti e le rette esterne.

E. TOGLIATTI - *Un'osservazione sulle reti omaloidiche di curve piane.*

L'Autore considera una rete omaloidica di curve piane i cui punti base siano tutti ordinari ed abbiano le molteplicità:

$$r_1 \geq r_2 \geq r_3 \geq \dots \geq r_h \geq 1.$$

Egli dimostra che, accanto alla classica relazione:

$$r_1 + r_2 + r_3 > n$$

sussiste anche la disuguaglianza più forte

$$r_1 + r_2 + r_3 > n$$

per ogni rete omaloidica avente almeno sei punti base e pertanto di ordine maggiore di 3.

M. VILLA - *Ancora sui riferimenti intrinseci per le trasformazioni puntuali in una coppia a jacobiano nullo.*

Vengono prese in considerazione delle trasformazioni puntuali tra piani e vengono determinati dei riferimenti intrinseci nel caso dello jacobiano nullo, in modo più semplice di quello già ottenuto altrove.

Gli articoli che trattano di argomenti di Meccanica e Fisica Matematica sono i seguenti:

D. GRAFFI - *Alcuni teoremi sull'elettrostatica dei dielettrici non lineari.*

Vengono presi in considerazione i dielettrici non lineari, cioè quelli in cui non esiste una relazione lineare tra il vettore spostamento ed il vettore campo elettrico. In relazione a questi dielettrici si dimostra (fatte alcune ipotesi sul legame esistente tra i due vettori) che la conoscenza delle cariche o dei potenziali dei conduttori e le condizioni di convergenza all'infinito determinano in modo univoco il campo elettrostatico generato dai conduttori stessi.

Si estendono poi al caso di questi conduttori due classici teoremi di minimo, sostituendo alla energia nel campo elettrico la così detta «energia complementare», la quale si riduce alla energia ordinaria quando mancano i dielettrici non lineari; si applicano questi risultati tra l'altro alla espressione delle forze ponderomotrici elettrostatiche agenti sui conduttori in funzione delle loro cariche.

A. MASOTTI - *Sopra una estensione di un teorema di Newton relativo ai moti centrali parabolici.*

L'Autore estende ai moti parabolici che sono centrali rispetto ad un punto qualsiasi un classico teorema di NEWTON relativo ai moti parabolici che sono centrali rispetto al fuoco della traiettoria, come notoriamente sono ritenuti i movimenti di molte comete.

A. PIGNEDOLI - *Sulle vibrazioni di una piastra ellittica incastrata all'orlo.*

Viene risolto completamente il problema delle vibrazioni libere della piastra ellittica incastrata all'orlo, evitando l'uso delle funzioni di MATHIEU (di convergenza non sempre certa e comunque lenta) con l'uso delle «trascendenti epicycloidali» introdotte da C. AGOSTINELLI.

Tra i contributi di Matematica Finanziaria enumeriamo i seguenti:

E. LEVI - *Sul significato concreto delle leggi di interesse.*

L'Autore considera le note «leggi di capitalizzazione» della Matematica Finanziaria, ne esamina in modo esauriente ed acuto il significato concreto e ne valuta i limiti per la applicabilità, in

relazione ai casi che si possono praticamente presentare (ed effettivamente si presentano) nelle applicazioni delle leggi astratte matematiche alla pratica finanziaria.

P. MAZZONI - *Sulla curva di AMOROSO per la distribuzione dei redditi.*

Riattaccandosi a Sue precedenti ricerche, l'Autore espone alcuni notevoli metodi per il calcolo dei parametri che figurano nella funzione di AMOROSO che esprime la distribuzione dei redditi.

G. USAI - *Considerazioni su valori attuali e premi in rendite.*

L'Autore espone alcuni procedimenti per la verifica di alcune espressioni relative a valori attuali e premi puri in rendite nella ipotesi che le somme rappresentative vengano opportunamente amministrate.

G. VAROLI - *Sulla determinazione col metodo di iterazione del tasso di una rendita periodica a termini variabili in progressione geometrica.*

L'Autore espone anzitutto una condizione sufficiente per la convergenza del metodo di iterazione per la risoluzione di una equazione. Egli applica poi tale metodo alla determinazione del tasso di una rendita a termini variabili in progressione geometrica.

Tra i contributi di Statistica enumeriamo i seguenti:

C. E. BONFERRONI - *La mediana ponderata in una distribuzione continua.*

L'Autore prende in considerazione il problema della ricerca della « mediana » in una distribuzione continua, problema di cui già si sono occupati per altre ragioni e sotto altri aspetti C. SOMIGLIANA e V. VOLTERRA. Egli estende le Sue ricerche al caso della mediana ponderata per una distribuzione continua.

V. CASTELLANO - *Sulla suddivisione in intervalli di una variabile già divisa in intervalli, nella ipotesi che la distribuzione delle frequenze sia una poligonale.*

L'Autore tratta la questione delle correzioni da apportarsi ai momenti ed alla varianza di una variabile statistica (la quale sia già divisa in intervalli) quando venga effettuata una suddivisione in intervalli minori.

O. CIUSINI - *Alcuni teoremi sulle medie.*

L'Autore riprende alcuni suoi teoremi relativi alla definizione ed al significato di « media » ed in particolare dà una giustificazione dell'impiego della « media aritmetica » nel caso in cui si tratti di calcolare un valore unico che sia funzione di molti valori tutti vicini tra di loro ai fini di dare una rappresentazione dell'insieme dei valori mediante un unico numero.

P. FORTUNATI - *Rapporto di concentrazione, valori medi e schemi teorici di distribuzione massimante e minimante della variabilità.*

L'Autore si propone di riesaminare criticamente il concetto di « misure di variabilità relativa ». In relazione agli indici di variabilità proposti, Egli mostra il loro collegamento con alcuni schemi teorici di distribuzione minimante oppure massimante della variabilità ed espone alcune osservazioni ed analisi sulla impostazione teorica di queste misure e sulla loro applicazione concreta.

G. POMPILI - *La mutabilità dell'universo dei campioni.*

L'Autore osserva che come naturale misura della « distanza » tra due variabili casuali si presenta un indice di « dissomiglianza » tra le variabili stesse. Egli considera lo « scostamento semplice medio » e la « differenza semplice media », ne dà notevoli proprietà e ne analizza il comportamento al tendere all'infinito del numero delle prove.

S. VIANELLI - *Di alcuni metodi statistici di stima sequenziale.*

L'Autore espone sinteticamente alcuni procedimenti di stima di campioni e di stima sequenziale, soffermandosi in particolare sui procedimenti di HALDANE, STEIN, e sui procedimenti di COX e ANSCOMBE.

Tra i contributi di Calcolo delle Probabilità sono da annoverarsi i seguenti:

F. P. CANTELLI - *Su qualche applicazione della legge uniforme dei grandi numeri per la deduzione delle leggi di frequenza da considerazioni di probabilità.*

L'Autore tratta qualche caso in cui per la riduzione di leggi di frequenza da considerazioni di probabilità si rende necessaria la legge uniforme dei grandi numeri. Lo schema fondamentale è analogo a quello di MAXWELL-BOLTZMANN, che si riferisce alla Fisica Molecolare.

P. DE FINETTI - *Sul numero di elementi al di là dell'ultimo osservato.*

Viene preso in esame un processo stocastico $X(t)$, in cui $X(t)$ può assumere i valori $0, 1, 2, \dots, n \dots$ e può crescere soltanto per salti unitari (da n ad $n + 1$) con probabilità λdt in ogni tempuscolo dt mentre può decrescere con un salto qualunque (da n ad $n - 1, n - 2, \dots, 3, 2, 1, 0$) con probabilità μdt in ogni tempuscolo dt per ciascun salto determinato. Un processo così fatto si può pensare ottenuto schematizzando il problema concreto seguente: supposto che un individuo segua il progredire delle immatricolazioni d'autoveicoli nella sua provincia osservando il numero di targa che incontra e ricordando man mano quello più alto osservato, ci si propone di stimare il numero di autoveicoli che esistono, registrati dopo l'ultimo numero osservato. Il numero di tali elementi al di là dell'ultimo osservato è il numero aleatorio di X di cui si parla nel titolo della nota.

Vengono esaminate: la distribuzione stazionaria, la distribuzione dei salti in regime stazionario, la probabilità subordinata ad un salto indeterminato, le probabilità subordinate ad un salto determinato in regime stazionario e l'effetto di un periodo senza salti negativi.

B. TEDESCHI - *Sulle limitazioni più convenienti della probabilità che una variabile casuale a più dimensioni assuma un valore appartenente ad un campo assegnato.*

L'Autore considera un sistema di due variabili casuali (X, Y) definito per mezzo della sua funzione di ripartizione; ammessi noti alcuni momenti del sistema di variabili casuali considerato. Egli determina in base ad essi una limitazione inferiore della probabilità P che la coppia di valori (x, y) , risultante da una prova sul sistema (X, Y) , appartenga ad un certo insieme. I ragionamenti sono estendibili ad un sistema formato da un qualunque numero di variabili casuali e generalizzano un problema che è stato trattato dal CANTELLI nel campo unidimensionale.

Gli Articoli su cui abbiamo brevemente riferito sono preceduti da una dedica stilata dal prof. W. BIGIAVI, preside della Facoltà di Economia e Commercio della Università di Bologna e da un elenco completo di tutte le pubblicazioni (note scientifiche e volumi) del prof. SIBIRANI, compilato dal prof. VAROLI.

C. F. MANARA